

PROGRAMMES OFFICIELS

Programmes de terminale C de 1967 parus au BO 26 du 30 juin 1966 extraits des trois tomes du livre "L'enseignement de la mathématique terminale C et T" parus chez Dunod en 1967. Vol1 - Les structures fondamentales par A. Donedddu ; vol2 - Analyse par L. Félix ; vol3 - Géométrie par L. Félix.

Dans cet ouvrage sont traités les éléments suivants du programme de Terminale *C* paru au B. O. nº 26 du 30 juin 1966. Ils sont presque tous au programme de Terminale *T*, paru dans le même B. O. ; ceux qui n'y sont pas, sont marqués d'un astérisque *. (Ils le sont aussi dans la table des matières.)

CLASSE TERMINALE *C*

NOTIONS GÉNÉRALES

Application d'un ensemble dans un ensemble ; application injective, surjective ; application bijective, application réciproque ; composition des applications, fonction composée.

Transformation ponctuelle dans le plan et dans l'espace ; composition des transformations (produit) : associativité ; transformation réciproque d'une transformation, transformation involutive ; groupe de transformations.

Loi de composition ; loi interne, loi externe.

Etude particulière des lois internes, associativité, commutativité, élément neutre ; structure de groupe. Distributivité d'une loi interne par rapport à une autre ; structure d'anneau et de corps commutatif.

Etude d'une loi externe : structure d'espace vectoriel sur le corps des réels.

Isomorphisme entre deux ensembles munis de lois internes, en correspondance bijective, définition ; isomorphisme entre deux groupes.

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE ET NOTIONS D'ANALYSE

I. — *Les nombres : extensions successives de la notion de nombre.*

Note préliminaire.

1º Quels que soient l'ordre et le mode d'exposition choisis, il importe de ne pas s'attarder sur les théories, dont les résultats sont déjà connus des élèves ; en particulier, on supposera connues les propriétés fondamentales de l'ensemble **N** des entiers naturels et on attirera l'attention des élèves sur l'importance du raisonnement par récurrence.

2° Aucune question d'ordre théorique ne devra être posée aux épreuves écrites et orales du baccalauréat, sur les diverses notions qui font l'objet de ce chapitre 1. Les résultats généraux concernant les nombres, les propriétés des opérations, leurs conséquences essentielles, sont du reste mis en œuvre dans les autres chapitres du programme.

1° *Les entiers relatifs.* — Construction de l'ensemble **Z** des entiers relatifs. Pour les lois d'addition et de multiplication, **Z** a une structure d'anneau commutatif ordonné.

2° *Les nombres rationnels.* — Construction de l'ensemble **Q** des nombres rationnels. Pour les lois d'addition et de multiplication, **Q** a une structure de corps commutatif ordonné.

3° *Notions sur les nombres réels.* — Nécessité d'une extension de **Q**. Exposé sans démonstration des propriétés des réels. Les réels forment un corps commutatif ordonné.

Valeurs absolues, propriétés relatives aux sommes, produits, quotients.

4° *Les nombres complexes.* — Définition ; représentation géométrique ; module, argument. Egalité. Nombres complexes opposés ; nombres complexes conjugués ; nombre complexe nul.

Addition, soustraction, multiplication, division. Corps **C** des nombres complexes.

Forme trigonométrique d'un nombre complexe, d'un produit ; formule de Moivre.

Racines n-ièmes d'un nombre complexe (on se bornera à la démonstration d'existence et à la représentation géométrique des n racines).

Applications de la formule de Moivre, dans le cas des exposants 2, 3, 4 aux formules de multiplication des arcs et à la linéarisation des polynômes trigonométriques.

Résolution dans **C** de l'équation du second degré à coefficients complexes, à coefficients réels.

II. — *Arithmétique.*

1° *Analyse combinatoire.* — Permutations, arrangements, combinaisons sans répétition. Formule du binôme.

2° *Les entiers.* — Multiples dans **Z** d'un entier relatif ; problème de la division d'un entier relatif par un autre ; divisibilité.

Congruences modulo n dans **Z** ; opérations élémentaires.

La division euclidienne dans **N**, quotient entier, reste.

* Diviseurs communs à plusieurs nombres, plus grand diviseur commun, nombres premiers entre eux. Multiples communs à plusieurs nombres, plus petit multiple commun.

* Etude dans **N** des nombres premiers ; propriétés élémentaires. Décomposition d'un entier en un produit de nombres premiers. Applications : diviseurs d'un nombre ; diviseurs communs et multiples communs à plusieurs nombres ; conditions pour qu'un entier soit égal au carré, à la puissance n-ième d'un entier.

* 3° *Application aux fractions.* — Simplification des fractions ; fractions irréductibles.

Condition pour qu'un rationnel soit le carré, la puissance n-ième d'un rationnel.

4° *Numération.* — Principe des systèmes de numération ; notion de base. Numération décimale.

5° *Nombres décimaux.* — Définition ; condition pour qu'un nombre rationnel soit un nombre décimal. Les nombres décimaux forment un anneau commutatif.

* Valeurs approchées à 10^{-n} près, par défaut et par excès, d'un nombre réel. Représentation d'un nombre réel par une suite décimale illimitée ; dans le cas des nombres rationnels, ce développement admet une périodicité (l'étude générale des nombres décimaux périodiques est en dehors du programme).

. . . .

GÉOMÉTRIE

I. — *Compléments de géométrie plane.*

. . . .

2° Rapport des segments déterminés sur un côté d'un triangle par une bissectrice de l'angle opposé.

3° Angle orienté de deux demi-droites ou de deux vecteurs (rappel). Angle orienté de deux droites.

Mesure, dans un plan orienté, d'un angle orienté de deux demi-droites, de deux droites. Formules de Chasles. Un plan orienté étant muni d'un axe polaire, repérage par son angle polaire dans ce plan de la direction d'un axe, de la direction d'une droite.

III. — *Transformations ponctuelles* (plan).

Notes préliminaires.

L'ordre de présentation et la nature même des questions suivantes dépendent de notions premières dont le professeur garde le choix ; il n'y a pas lieu de faire une « construction axiomatique » de la géométrie, mais il appartient au professeur de préciser ce qu'il admet, tant pour les axiomes et leurs conséquences

que pour les problèmes relatifs, en particulier, à la « mesure des angles », à l'orientation du plan.

Les généralités qui précèdent ne pourront faire l'objet d'aucune question écrite ou orale du baccalauréat.

1° *Translation.* — Révision des questions figurant au programme de seconde *C*. Produit de translations ; groupe des translations.

2° *Déplacements et symétries en géométrie plane.* — Rotation autour d'un point ; symétrie par rapport à un point. Symétrie (orthogonale) par rapport à une droite (symétrie axiale).

Produit de deux symétries axiales, de rotations et de symétries axiales : formes réduites (une translation ou une rotation, ou le produit d'une symétrie axiale et d'une translation parallèle à l'axe).

Déplacement. Forme réduite d'un déplacement : centre de rotation. Groupe des déplacements.

. . . .

6° *Homothétie* (*plan*). — Révision des questions figurant au programme de seconde *C*. Produit de deux homothéties, d'une homothétie et d'une translation. Groupe des homothéties-translations.

7° *Similitudes.* — Similitude directe en géométrie plane. Forme réduite ; centre de similitude. Le groupe des similitudes directes planes.

Relation avec la transformation définie dans le plan complexe par

$$z' = az + b\,.$$

PROGRAMME OFFICIEL

TERMINALES C ET T

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE ET NOTIONS D'ANALYSE

III. Fonctions numériques d'une variable réelle.

1° *Sens de variation sur un intervalle.* Propriétés élémentaires de fonctions monotones sur un intervalle. Définition d'un maximum ou d'un minimum d'une fonction en un point.

2° *Notions sur les limites.* Définition concernant les limites (finies ou infinies) : limite d'une suite (u_n) lorsque l'entier naturel n tend vers l'infini. Enoncé (sans démonstration) des propriétés élémentaires des limites : unicité, opérations élémentaires (somme, produit, quotient, racine n-ième), cas d'indétermination.

3° *Continuité d'une fonction.* Définition d'une fonction continue pour une valeur de la variable, sur un intervalle (la continuité uniforme est en dehors du programme). Opérations élémentaires. Continuité d'une fonction composée (fonction de fonction) formée à partir de deux fonctions continues (sans démonstration).

On admettra sans démonstration la propriété suivante : si une fonction f est continue sur un intervalle fermé $[a, b]$ et si les valeurs numériques $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, la fonction s'annule au moins pour une valeur de la variable comprise entre a et b. Application au cas d'une fonction continue et monotone sur un intervalle $[a, b]$ fermé.

Existence de la fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle fermé (on admettra la continuité de cette fonction réciproque) ; représentation graphique dans un repère cartésien normé.

Application à $\sqrt[n]{x}$, n entier naturel.

4° *Dérivées.* Révision du programme de Première C (ou T) : définition de la dérivée pour une valeur de la variable ; fonction dérivée, opérations élémentaires (dérivées d'une constante, d'une somme, d'un produit, d'un quotient) ; interprétation géométrique en coordonnées cartésiennes, équation de la tangente en un point de la courbe représentative.

L'existence de la dérivée entraine la continuité de la fonction. Dérivée d'une fonction composée (formée à partir de deux fonctions dérivables). Dérivée de la fonction réciproque d'une fonction strictement monotone dérivable, interprétation géométrique.

Définition des dérivées successives.

Différentielle première d'une fonction d'une variable. Interprétation géométrique, usages.

5° *Dérivées de quelques fonctions (révision et compléments).* Dérivée par rapport à x de x^n, de x^{-n}, de $\sqrt[n]{x}$ (n entier naturel). Dérivées de la puissance n-ième, de la racine n-ième d'une fonction dérivable.

Dérivées des fonctions circulaires sin, cos, tg, cot (révision). Dérivée de fonctions composées formées à partir des fonctions circulaires. Dérivées successives de $\sin(ax + b)$ et de $\cos(ax + b)$.

6° *Application des dérivées.* Enoncé, sans démonstration, du théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis ; interprétation géométrique.

Comparaison de deux fonctions ayant la même fonction dérivée sur un intervalle. Etude du sens de variation d'une fonction au moyen du signe de la fonction dérivée.

7° *Fonctions primitives.* Définition d'une fonction primitive d'une fonction (on admettra l'existence d'au moins une primitive pour toute fonction continue). Relation entre deux primitives d'une fonction sur un même intervalle ; existence d'une primitive unique prenant, en un point donné de l'intervalle de définition, une valeur fixée.

Exemples de primitives déduites de la connaissance des dérivées de quelques fonctions usuelles, en particulier : primitives d'un polynôme, de $\frac{1}{x^n}$ (n entier naturel supérieur à 1), de $\sin(ax + b)$ et $\cos(ax + b)$.

Notation $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

8° *Application des primitives au calcul d'aires et de volumes* (aucune difficulté ne sera soulevée au sujet des notions d'aires et de volume. On admettra l'existence et les propriétés des aires et des volumes dont le calcul est demandé ici).

Aire d'un domaine plan défini dans un repère orthonormé par les relations

$$a \leqslant x \leqslant X, \qquad 0 \leqslant y \leqslant f(x),$$

f étant une fonction continue positive : cette aire est la valeur $F(X)$ d'une fonction primitive de f (on pourra se borner pour la démonstration au cas où f est monotone) ; extensions à $X < a$ et à une fonction f négative. Application à des calculs d'aires planes.

Notation $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

Application (à partir des formules admises sans démonstrations, donnant le volume d'un prisme ou d'un cylindre) des primitives au calcul de quelques volumes : pyramide à base triangulaire, tronc de pyramide à bases triangulaires parallèles (extension des formules trouvées au cas de bases polygonales quelconques) ; cône à base circulaire, tronc de cône à bases circulaires parallèles, segment sphérique, sphère.

V. Etude de quelques fonctions numériques.

1° *Suites.* Suite arithmétique, définie par la relation de récurrence $u_n = u_{n-1} + r$; expression de u_n en fonction de n ; calcul de la somme des n premiers termes.

Suite géométrique, définie par la relation de récurrence $u_n = qu_{n-1}$: expression de u_n en fonction de n ; calcul de la somme des n premiers termes, étude de cette somme quand n tend vers l'infini.

2° *La fonction logarithme népérien.* Définition de la fonction logarithme népérien (notation Log, ou ln de l'AFNOR) caractérisée par les conditions $x > 0$, $(\mathrm{Log}\,x)' = \frac{1}{x}$ et $\mathrm{Log}\,1 = 0$. Représentation par l'aire d'un trapèze mixtiligne. Propriété fondamentale : $\mathrm{Log}\,(ab) = \mathrm{Log}\,a + \mathrm{Log}\,b$ et ses conséquences. Limite de $\mathrm{Log}\,x$ lorsque la variable x positive tend vers l'infini ou vers zéro : limite de $\frac{\mathrm{Log}\,x}{x}$ lorsque x tend vers l'infini.

Base des logarithmes népériens, définition du nombre e. Courbe représentative de la fonction logarithme népérien (repère orthonormé).

3° *La fonction exponentielle de base* e. Définition de la fonction exponentielle de base e comme fonction réciproque de la fonction logarithmique népérien ; existence, domaine de définition, dérivée. Propriété :

$$\exp u.\exp v = \exp(u + v)\,. \qquad \text{Notation } \mathrm{e}^x\,.$$

Limite de e^x lorsque x tend vers $+\infty$. Courbe représentative de la fonction exponentielle de base e.

4° *Autres fonctions logarithmiques et exponentielles.* Fonction logarithme et fonction exponentielle de base a ($a > 0$ et $a \neq 1$) ; relations avec les fonctions correspondantes de base e ; courbes représentatives. Notation a^x ; cas particulier des exposants rationnels. Logarithmes décimaux : usage des tables de conversion des logarithmes népériens en logarithmes décimaux et vice-versa.

Remarque. — L'étude d'exemples de fonctions composées de type logarithmique ou exponentiel est strictement limitée au cas où sont en évidence les intervalles sur lesquels la fonction est définie, les intervalles sur lesquels la dérivée garde un signe constant, et où les indéterminations à lever sont uniquement celles qui ont été énumérées plus haut.

VI. Fonctions vectorielles d'une variable réelle.

Détermination d'une fonction vectorielle par trois fonctions numériques d'une variable, une base étant choisie. Limite (notion de vecteur tendant vers zéro) ; continuité. Dérivation, dans une base donnée, d'un vecteur ; coordonnées du vecteur dérivé. Dérivées successives.

Dérivée d'une somme vectorielle, du produit d'un vecteur par un scalaire variable. Dérivée du produit scalaire de deux vecteurs.

Application à la recherche de tangentes ; exemples des coniques et de l'hélice circulaire.

VII. Equations différentielles.

Recherche des fonctions, une ou deux fois dérivables y de la variable x vérifiant les équations

$y' = P(x)$, $y'' = P(x)$, $P(x)$ étant un polynôme en x ;
$y' = ay$, a constante réelle non nulle ;
$y'' + \omega^2 y = 0$, ω constante réelle non nulle (on admettra, après avoir découvert les solutions de la forme $A \cos \omega x + B \sin \omega x$, que l'équation n'en admet pas d'autres).

VIII. Calcul numérique.

Valeurs approchées. Valeurs approchées d'un nombre réel, encadrement, marge d'incertitude (erreur absolue, erreur relative). Valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de nombres dont on connait des valeurs approchées.

Approximation par les nombres décimaux.

2° *Tables numériques.* Usage des tables numériques de fonctions usuelles, usage des tables de logarithmes. Notions pratiques sur l'interpolation linéaire.

Usage de la règle de calcul.

De nombreux exercices de calcul numérique seront faits, à l'occasion de l'étude des fonctions usuelles et à l'occasion de problèmes, pour mettre en application des notions de valeurs approchées, d'encadrement, d'ordre de grandeur d'un résultat ou d'une erreur.

CINÉMATIQUE

1° *Mouvement d'un point ; sa relativité ; trajectoire.*

Modes de définition d'un mouvement :

— par les coordonnées du mobile par rapport à un repère cartésien fixe ;
— par la donnée du support géométrique de la trajectoire et par une loi horaire.

2° *Vecteur-vitesse d'un point.* Vecteur-vitesse à un instant donné.

Coordonnées du vecteur-vitesse, lorsque le mouvement est défini par rapport à un repère cartésien donné. Vecteur-vitesse de la projection du mobile sur un plan ou sur une droite fixe.

Détermination du vecteur-vitesse lorsqu'on connaît le support géométrique de la trajectoire et la loi-horaire.

Mouvement circulaire : vecteur-vitesse, vitesse angulaire.

3° *Vecteur-accélération d'un point.* Définition du vecteur-accélération à un instant donné. Coordonnées du vecteur-accélération lorsque le mouvement est défini par rapport à un repère cartésien donné. Vecteur-accélération de la projection du mobile sur un plan ou une droite fixe.

Application à l'étude du mouvement circulaire et du mouvement hélécoïdal uniforme.

4° *Mouvement d'un point dont le vecteur-accélération reste équipollent à un vecteur fixe* (liaison avec le mouvement d'un point pesant dans le vide) : trajectoire, mouvement projetés sur un axe parallèle et sur un plan perpendiculaire au vecteur-accélération.

5° *Mouvement de translation d'un corps solide par rapport à un repère donné.* Trajectoires, vecteurs-vitesse, vecteurs-accélération des divers points invariablement liés au corps.

Changement de repère (mouvement d'un point) : composition des vitesses uniquement dans le cas où le mouvement d'entraînement est un mouvement de translation.

PROGRAMME OFFICIEL

TERMINALE C

GÉOMÉTRIE ET GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

I. Compléments de géométrie plane.

1° Définition du birapport d'un ensemble ordonné de quatre points alignés. Division harmonique, relations caractéristiques (révision des notions figurant au programme de Seconde C).

Birapport d'un ensemble ordonné de quatre droites concourantes ou parallèles d'un plan. Faisceau harmonique de droites.

Polaire d'un point par rapport à deux droites ; application aux constructions élémentaires sur les divisions et faisceaux harmoniques.

2° Applications. Ensemble des points d'un plan dont le rapport des distances à deux droites de ce plan est donné.

Rapport des segments déterminés sur un côté d'un triangle par une bissectrice de l'angle opposé.

3° Angle orienté de deux demi-droites ou de deux vecteurs (rappel). Angle orienté de deux droites.

Mesure, dans un plan orienté, d'un angle orienté de deux demi-droites, de deux droites. Formules de Chasles. Un plan orienté étant muni d'un axe polaire, repérage par son angle polaire dans ce plan de la direction d'un axe, de la direction d'une droite.

4° Ensemble des points M d'un plan tels que, A et B étant deux points de ce plan, l'angle orienté de vecteurs ($\mathbf{MA}$, $\mathbf{MB}$), ou l'angle orienté de droites (MA, MB) soit égal à un angle donné).

5° Puissance d'un point par rapport à un cercle ; différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles, axe radical de deux cercles.

Cercles orthogonaux.

Faisceaux linéaires de cercles, faisceaux orthogonaux.

6° Points conjugués, polaire d'un point par rapport à un cercle, pôle d'une droite, droites conjuguées.

II. Compléments de géométrie dans l'espace.

Le rappel des notions de géométrie analytique dans le plan et dans l'espace acquises en Seconde et en Première, interviendra naturellement à l'occasion de l'étude de divers chapitres du présent programme et à l'occasion de problèmes ; il ne doit pas donner lieu à une révision systématique.

1° Angle d'une droite et d'un plan. Aire de la projection orthogonale d'un polygone plan.

Problème de la perpendiculaire commune et de la plus courte distance de deux droites.

2° Barycentre d'un système de n points affectés de coefficients dont la somme n'est pas nulle, définition, propriétés. Coordonnées du barycentre. Centre de gravité d'un triangle, d'un tétraèdre.

Transformation des sommes :
$\alpha \mathbf{MA} + \beta \mathbf{MB} + \gamma \mathbf{MC}$ en géométrie affine,
$\alpha MA^2 + \beta MB^2 + \gamma MC^2$ en géométrie métrique,
α, β, γ étant des réels quelconques non nuls, dans les deux cas :

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 0 \quad \text{et} \quad \alpha + \beta + \gamma = 0 .$$

III. Transformations ponctuelles (plan et espace)

Notes préliminaires.

L'ordre de présentation et la nature même des questions suivantes dépendent de notions premières dont le professeur garde le choix ; il n'y a pas lieu de faire une « construction axiomatique » de la géométrie, mais il appartient au professeur de préciser ce qu'il admet, tant pour les axiomes et leurs conséquences que pour les problèmes relatifs, en particulier, à la « mesure des angles », à l'orientation du plan et à celle de l'espace.

Les généralités qui précèdent ne pourront faire l'objet d'aucune question écrite ou orale au baccalauréat.

L'étude et la représentation de figures dans l'espace qui seront rencontrées dans cette rubrique peuvent être facilitées par l'emploi de projections sur des plans convenablement choisis, en particulier : perpendiculaire commune à deux droites ; rotation autour d'un axe, vissage ; symétries du cube, du tétraèdre régulier ; affinité orthogonale, projection orthogonale du cercle, etc.

1° *Translation.* Révision des questions figurant au programme de Seconde *C.* Produit de translations ; groupe des translations.

2° *Déplacements et symétries en géométrie plane.* Rotation autour d'un point ; symétrie par rapport à un point. Symétrie (orthogonale) par rapport à une droite (symétrie axiale).

Produit de deux symétries axiales, de rotations et de symétries axiales : formes réduites (une translation ou une rotation, ou le produit d'une symétrie axiale et d'une translation parallèle à l'axe).

Déplacement. Forme réduite d'un déplacement ; centre de rotation. Groupe des déplacements.

3° *Déplacements dans l'espace*. Rotation autour d'un axe ; demi-tour (symétrie orthogonale par rapport à une droite). Produit de deux demi-tours d'axes coplanaires. Tout déplacement dans l'espace ayant un point double est une rotation. Produit de deux demi-tours d'axes non coplanaires, vissage.

4° *Symétries dans l'espace*. Symétrie par rapport à un point, symétrie par rapport à un plan. Produit de deux telles symétries.

Toute translation ou rotation est un produit de deux symétries par rapport à un plan.

5° *Plans de symétrie, axes, centres d'une figure*. Définitions. Exemples : couples de droites, couples de plans, triangle équilatéral, cube, tétraèdre régulier.

6° *Homothétie* (*plan et espace*). Révision des questions figurant au programme de Seconde *C*. Produits de deux homothéties, d'une homothétie et d'une translation. Groupe des homothéties-translations.

Applications de l'homothétie. Cercles homothétiques dans l'espace. Centre d'homothéties de deux sphères, de trois sphères prises deux à deux.

7° *Similitudes*. Similitude directe en géométrie plane. Forme réduite ; centre de similitude. Le groupe des similitudes directes planes.

Relation avec la transformation définie dans le plan complexe par $z' = az + b$.

Rapport des aires de deux polygones semblables.

8° *Affinité* (*géométrie plane*). Définition. Produit de deux affinités ayant le même axe et la même direction. Transformée d'une droite ; transformée de la tangente en un point d'une courbe.

Affinité orthogonale : interprétation à l'aide d'une rotation et d'une projection orthogonale.

9° *Inversion*. Définition. Produit de deux inversions ayant même pôle ; produit d'une inversion et d'une homothétie ayant pour centre le pôle d'inversion. Cercle (ou sphère) d'inversion.

Etude, en géométrie plane seulement, des questions suivantes relatives à l'inversion : conservation du contact ; problème de la conservation des angles. Transformés d'une droite, d'un cercle. Inversions pouvant échanger une droite et un cercle, deux cercles.

Transformés par inversion des cercles d'un faisceau linéaire.

IV. Coniques.

Le choix des définitions, l'ordre de présentation des diverses questions sur les coniques et, notamment, de leurs propriétés caractéristiques, ne sont nullement imposés, ni même suggérés, par l'ordre d'énumération ci-après :

1° Etude de la courbe représentée en axes rectangulaires par l'équation : $y^2 = ax^2 + bx + c$.

Différentes formes de courbes. Discussion de l'existence d'un centre de symétrie, de l'existence d'asymptotes ; équation réduite et, dans le cas où la courbe admet des asymptotes, équation de la courbe rapportée à ses asymptotes.

2° Ensemble des points d'un plan dont la somme ou la différence des distances à deux points donnés du plan a une valeur donnée.

Ensemble des points d'un plan dont le rapport des distances à un point et à une droite donnés du plan a une valeur donnée.

Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie ; équation de la parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet.

Sections planes d'un cône de révolution, d'un cylindre de révolution.

3° Affinités orthogonales faisant correspondre une ellipse et son cercle principal ; ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle. Aire de l'ellipse.

L'étude des diamètres des coniques, l'extension à une conique, considérée comme projection ou perspective d'un cercle, des propriétés des éléments conjugués par rapport à un cercle, les propriétés tangentielles des coniques, sont en dehors du programme.

TERMINALE T

GÉOMÉTRIE ET GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

I. Compléments de géométrie plane.

1° Définition du birapport d'un ensemble ordonné de quatre points alignés. Division harmonique, relations caractéristiques (révision des notions figurant au programme de Seconde T).

Birapport d'un ensemble ordonné de quatre droites concourantes ou parallèles d'un plan. Faisceau harmonique de droites.

Polaires d'un point par rapport à deux droites ; application aux constructions élémentaires sur les divisions et faisceaux harmoniques.

2° Applications. Ensemble des points d'un plan dont le rapport des distances à deux droites de ce plan est donné.

Rapport des segments déterminés sur un côté d'un triangle par une bissectrice de l'angle opposé.

3° Angle orienté de deux demi-droites, de deux vecteurs (rappel). Angle orienté de deux droites.

Mesure dans un plan orienté d'un angle orienté de deux demi-droites, de deux droites. Formules de Chasles. Un plan orienté étant muni d'un axe polaire, repérage par son angle polaire dans le plan de la direction d'un axe, de la direction d'une droite.

4° Ensemble des points M d'un plan tels que A et B étant deux points de ce plan, l'angle orienté de vecteurs ($\mathbf{MA}$, $\mathbf{MB}$), ou l'angle orienté de droite (MA, MB) soit égal à un angle donné.

5° Puissance d'un point par rapport à un cercle ; éléments radicaux (révision du cours de Seconde T).

II. Géométrie dans l'espace.

a) Géométrie vectorielle.

1° Barycentre d'un système de n points affectés de coefficients dont la somme n'est pas nulle. Définition, propriétés. Centre des moyennes distances (isobarycentre). Application au triangle, au tétraèdre. Représentation paramétrique vectorielle de la droite définie par deux points.

2° Un point A étant choisi pour origine, il existe une correspondance bijective entre un point M de l'espace et le vecteur (libre) $\mathbf{u}$ tel que $\mathbf{AM} = \mathbf{u}$; changement d'origine.

Représentation paramétrique vectorielle :

de la droite déterminée par un point et un vecteur directeur ;
du plan passant par un point donné et parallèle à deux vecteurs non coplanaires.

3° Vecteur variable fonction d'un paramètre : notion de vecteur tendant vers zéro. Dérivée dans une base donnée d'un vecteur (libre). Dérivées successives.

Dérivée d'une somme vectorielle, du produit d'un vecteur par un scalaire variable.

Dérivée du produit scalaire de deux vecteurs.

b) Géométrie analytique dans l'espace.

Orientation d'un trièdre, comparaison des sens de deux trièdres. Orientation de l'espace ; espace orienté par le choix d'un trièdre orienté. (Cet exposé de l'orientation de l'espace pourra s'appuyer sur des faits d'observations).

1° Repère affine. Détermination d'un repère cartésien affine. Détermination par ses coordonnées d'un point, d'un vecteur libre. Changement de repère.

Coordonnée du barycentre de n points affectés de coefficients, dont la somme n'est pas nulle.

Représentations paramétriques d'une droite déduites des représentations vectorielles établies au paragraphe II *a*) 1° et 2°.

Représentation paramétrique du plan passant par un point et parallèle à deux vecteurs non colinéaires. Equation cartésienne d'un plan. Conditions pour que deux plans donnés par leurs équations soient parallèles.

Intersection d'une droite définie paramétriquement et d'un plan ; conditions pour qu'une direction de droite définie par un vecteur directeur soit parallèle à un plan donné par son équation cartésienne.

Coordonnées du vecteur dérivé d'un vecteur variable fonction d'un paramètre.

2° Repère orthonormé. Expression analytique du produit scalaire de deux vecteurs donnés. Distance de deux points. Cosinus de l'angle de deux vecteurs. Conditions d'orthogonalité de deux vecteurs ou de deux droites.

Coordonnées d'un vecteur normal à un plan donné par son équation cartésienne. Condition d'orthogonalité de deux plans. Distance d'un point à un plan.

Equation d'une sphère donnée par son centre et son rayon.

Equation d'un cône ou d'un cylindre de révolution ayant pour axe de révolution l'un des axes de coordonnées.

Hélice circulaire. Représentation paramétrique $x = a \cos u$, $y = a \sin u$, $z = bu$. Projection orthogonale sur un plan contenant l'axe Oz.

III. Transformations ponctuelles (plan et espace).

1° *Translation.* Révision des questions figurant au programme de Seconde *T*. Produit de translations ; groupe des translations.

2° *Déplacements et symétries en géométrie plane.* Rotation autour d'un point ; symétrie par rapport à un point. Symétrie (orthogonale) par rapport à une droite (symétrie axiale).

Produit de deux symétries axiales ; toute translation ou rotation est un produit de deux symétries axiales. Produits de translations, de rotations et de symétries axiales : formes réduites (une translation, ou une rotation, ou le produit d'une symétrie axiale et d'une translation parallèle à l'axe).

Déplacement. Forme réduite d'un déplacement ; centre de rotation. Groupe des déplacements.

3° *Déplacements dans l'espace.* Rotation autour d'un axe ; demi-tour (symétrie orthogonale par rapport à une droite). Produit de deux demi-tours d'axes coplanaires. Tout déplacement dans l'espace ayant un point double est une rotation.

Produit de deux demi-tours d'axes non coplanaires. Vissage.

4° *Symétries dans l'espace.* Symétrie par rapport à un point, symétrie par rapport à un plan. Produits de deux telles symétries.

Toute translation ou rotation est un produit de deux symétries par rapport à un plan.

5° *Plans de symétrie, axes, centres d'une figure*. Définitions. Exemples : couples de droites, couples de plans, triangle équilatéral, tétraèdre régulier.

6° *Homothétie (plan et espace)*. Révision des questions figurant au programme de Seconde T. Produits de deux homothéties, d'une homothétie et d'une translation. Groupe des homothéties-translations.

Application de l'homothétie. Cercles homothétiques dans l'espace. Centre d'homothétie de deux sphères, de trois sphères prises deux à deux.

7° *Similitude*. Similitude directe en géométrie plane. Forme réduite. Centre de similitude.

Le groupe des similitudes directes planes. Relation avec la transformation définie dans le plan complexe par $z' = az + b$.

Rapport des aires de deux polygones smblables.

8° *Affinité (géométrie plane)*. Définition. Produit de deux affinités ayant le même axe et la même direction. Transformée d'une droite ; transformée de la tangente en un point d'une courbe.

Affinité orthogonale ; interprétation à l'aide d'une rotation et d'une projection orthogonale.

9° *Inversion*. Définition. Cercle d'inversion. Conservation du contact ; problème de la conservation des angles.

Transformées d'une droite et d'un cercle.

A l'occasion de cette étude, le professeur donnera la définition de deux cercles orthogonaux et les propriétés qui en découlent immédiatement. (Ce paragraphe ne doit donner lieu à aucun développement ; les questions énumérées sont strictement limitatives).

IV. Coniques.

Le choix des définitions, l'ordre de présentation des diverses questions sur les coniques et, notamment, de leurs propriétés caractéristiques, ne sont nullement imposés, ni même suggérés par l'ordre d'énumération ci-après.

1° Etude de la courbe représentée en axes rectangulaires par l'équation $y^2 = ax^2 + bx + c$. Différentes formes de courbes. Discussion de l'existence d'un centre de symétrie, de l'existence d'asymptotes ; équations réduites et, dans le cas où la courbe admet des asymptotes, équation de la courbe rapportée à ses asymptotes.

2° Rappel de la définition et des propriétés de la parabole (programme de Première T).

Définition bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole. Conséquences immédiates ; éléments de symétrie. Tangente en un point.

Equations réduites de la parabole, de l'ellipse et de l'hyperbole.

3° Ensemble des points d'un plan dont le rapport des distances à un point et à une droite a une valeur donnée.

4° Sections planes d'un cône et d'un cylindre de révolution.

5° Affinités orthogonales faisant correspondre une ellipse et son cercle principal ; ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle. Aire de l'ellipse.

6° Milieu commun des segments déterminés par l'intersection d'une droite avec une hyperbole et ses asymptotes. Application.

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

I. Géométrie descriptive.

Les questions énumérées ci-dessous seront avantageusement étudiés en liaison avec le cours de géométrie et serviront utilement à son illustration.

Problème de la perpendiculaire commune à deux droites et de leur plus courte distance :

— lorsque les deux droites sont horizontales (ou frontales),
— lorsque l'une est verticale ou de bout.

Rotation autour d'un axe vertical ou de bout.

Rabattement d'un plan sur un plan horizontal ou frontal.

Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan ; angle de deux droites.

Représentation d'un cercle.

Représentation d'un prisme, d'une pyramide, d'un cylindre de révolution, d'un cône de révolution dont une base circulaire est dans le plan horizontal de projection.

Sections de ces solides par un plan vertical ou de bout.

Représentation de l'hélice circulaire droite.
